Seminario IFN 2020

Difusión de Neutrones

Patricio Canciani

Referencias

- Fundamentals in Nuclear Physics; Jean-Louis Basdevant – Springer
- Introduction to Nuclear Reactor Theory; John R. Lamarsh - Addison Wesley
- Neutronic Analysis For Nuclear Reactor Systems; Bahman Zohuri – Springer

Credito imagenes: Wikipedia

Motivación:

La operación de un reactor nuclear depende fundamentalmente de la forma en la que los neutrones interactuan con los núcleos atómicos de los materiales fisibles. La area de la física (e ingeniería) que se encarga de estudiar de esto es la Teoría de Difusión Neutrónica

Introducción:

Tipos de interacción de neutrones:

- Dispersión Elástica: se conserva la composición y la energía interna de los núcleos. La energía de los neutrones se conservan.
- Dispersión Inelástica: misma composición, pero los núcleos quedan en un estado exitado. La energía de los neutrones no se conservan.
- Reacciones de Absorción: Captura neutrónica —> $X + n \longrightarrow \gamma + X'$
- Reacciones de Fisión :

$$^{(A_1+A_2)}_{(Z_1+Z_2)}X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}X + {}^{A_2}_{Z_2}X + y + Q_{\text{fis}}$$

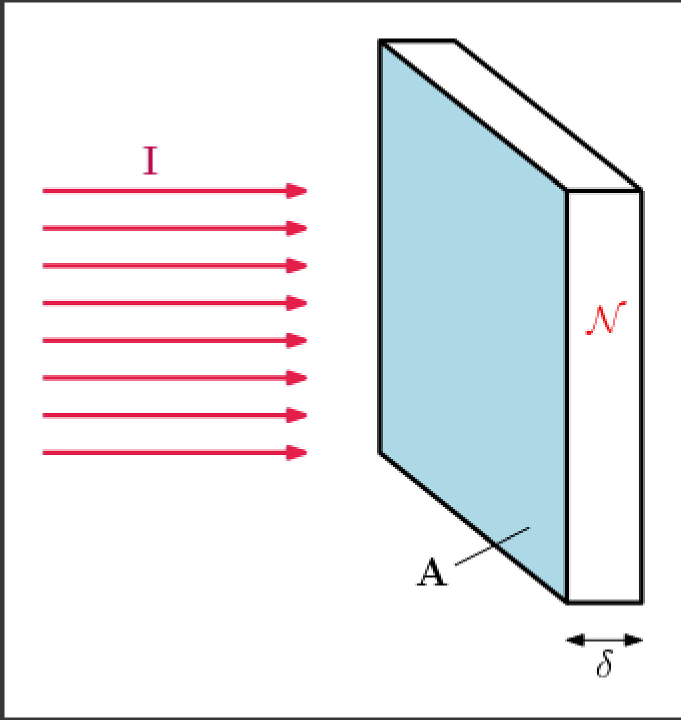
$$Q_{\text{fis}} = B(A_1, Z_1) + B(A_2, Z_2) - \\ - B(A_1 + A_2, Z_1 + Z_2)$$

$$^{236}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{137}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{96}_{40}\mathrm{Zr} + 3\mathrm{n} + 4\mathrm{e}^- + 4\bar{\nu}_\mathrm{e}$$

$$Q_{\text{fis}} \sim 200\,\mathrm{MeV}$$

Introducción:

Definición conceptualmente útil de sección eficaz:



$$\eta \equiv \sigma I \mathcal{N} A \delta$$

η: Tasa de interacciones

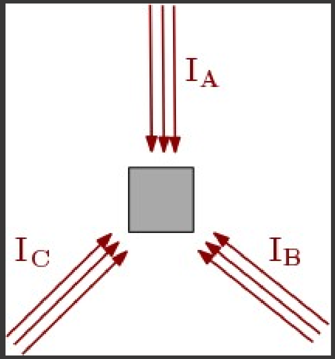
$\mathcal{N}$: Núcleos por unidad de volumen

$$\sigma_t = \sigma_{el} + \sigma_{in} + \sigma_{abs} + \ldots$$

Sección Eficaz Macroscópica → $\Sigma_t = \mathcal{N} \sigma_t$

Para interacción independiente de angulos:

$$\frac{\text{Tasa de Interacción}}{\text{Volumen}} \sim (I_A + I_B + I_C + \ldots)\Sigma_t$$



Flujo Neutrónico. Densidad de corriente:

Densidad Volumétrica → $$n(\mathbf{r},t) = \int_0^\infty \underbrace{\int_{4\pi} f(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t)d\Omega}_{=n(\mathbf{r},E,t)} dE$$

$f(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t)$: Distribución de Densidad Neutrónica → $$f(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t) \longleftrightarrow f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) \equiv \frac{dN}{d^3r\ d^3p}$$

Flujo (escalar) Neutrónico → $$\phi(\mathbf{r},E,t) \equiv n(\mathbf{r},E,t)v(E,t)$$

Tasa de Interacción por unidad de volumen → $$\eta(\mathbf{r},E,t)dE = \Sigma_t(\mathbf{r},E)\,\phi(\mathbf{r},E,t)dE$$

$$\eta(\mathbf{r},t) = \int_0^\infty \Sigma_t(\mathbf{r},E)\phi(\mathbf{r},E,t)dE$$

Densidad de Corriente Neutrónica → $$\mathbf{J}(\mathbf{r},t) = \int_0^\infty \int_{4\pi} \mathbf{v}\ f(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t)\,d\Omega dE$$

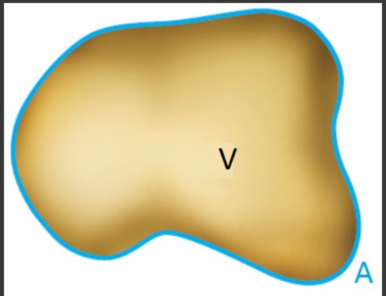
Ecuación de Continuidad:

Consideremos un volumen V arbitrario que contiene neutrones monoenergéticos

$$\mathbf{p} = mv\ \mathbf{e_v}$$

$$v = |\mathbf{v}| = cte$$

$$E = cte$$



Condición de Continuidad

$$\frac{dN}{dt} = \text{Tasa de Producción} - \text{Tasa de Absorción} - \text{Tasa de Fuga}$$

s(r,t): Función distribución de la fuente

$$N = \int_V n(\mathbf{r},t)d^3r$$

$$\text{Tasa de Producción} = \int_V s(\mathbf{r},t)d^3r$$

$$\text{Tasa de Absorción} \rightarrow \eta_{abs} = \int_V \Sigma_{abs}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},t)d^3r$$

$$\text{Tasa de Fuga} = \int_A \mathbf{J}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{A}$$

$$\frac{\partial n(\mathbf{r},t)}{\partial t} = s(\mathbf{r},t) - \Sigma_{abs}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},t) - \nabla\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$$

Ecuación de Continuidad

Aproximación de Fick:

Relación entre ϕ y **J** → Ley de Fick (usada para describir el fenómeno de difusión en liquidos y gases)

Hipótesis de validez:

- Medio infinito
- Medio uniforme
- Dispersión de neutrones isotrópica
- Estado estacionario ——> $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$

Neutrones más lentos → $v_n \sim 10^5 | \frac{cm}{seg}$

Aproximación de estado estacionario → $\left| \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} \right| \ll \frac{10^5}{3\delta_s}$

δ_s: Camino libre medio de dispersión

Ley de Fick → $\mathbf{J} = -D \ \nabla \phi$

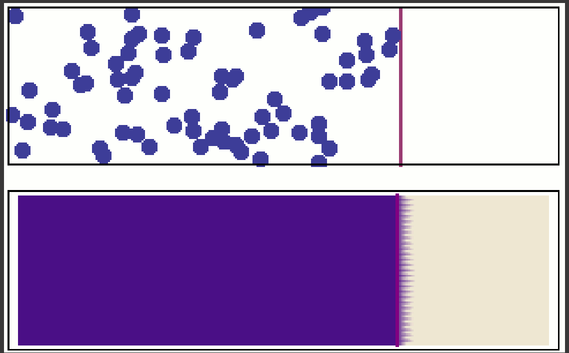
D: Coeficiente de difusión

Comparación con fluidos. Ec de Difusión:

Fluidos

$$\phi \longleftrightarrow \text{Concentración}$$

$$\mathbf{J} \longleftrightarrow \text{Flujo Difusivo} \sim \frac{\text{Cant. de Sustancia}}{\text{Area . Tiempo}}$$



Ecuación de Difusión

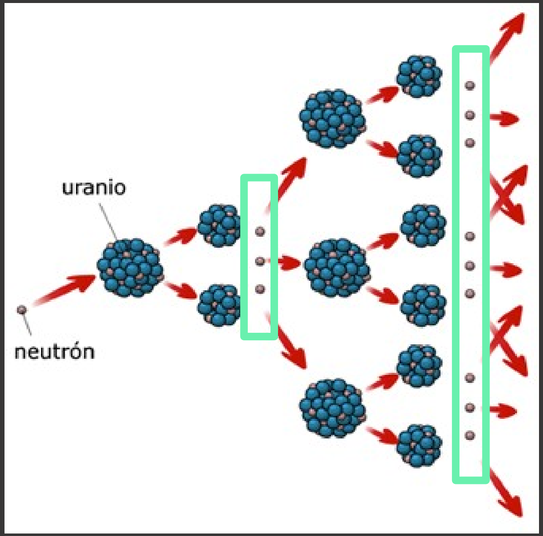
$$D\ \nabla^2\phi(\mathbf{r},t) - \Sigma_{abs}\phi(\mathbf{r},t) + s(\mathbf{r},t) = \frac{1}{v}\frac{\partial\phi(\mathbf{r},t)}{\partial t}$$

Factor de multiplicación:

Factor de multiplicación →

$$\kappa \equiv \frac{\text{n° fisiones en la generación actual}}{\text{n° fisiones en la generación inmediatamente interior}}$$

$$\kappa = 1 \longleftarrow \text{Régimen Crítico}$$
$$\kappa > 1 \longleftarrow \text{Régimen Supercrítico}$$
$$\kappa < 1 \longleftarrow \text{Régimen Subcrítico}$$



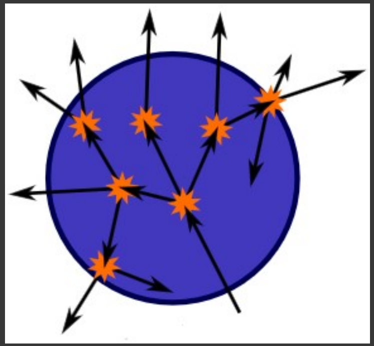
Reacción en cadena autosostenida y estable → Balance entre producción y pérdida de neutrones

Pérdida →
- Fuga en la superficie
- Absorción en el interior

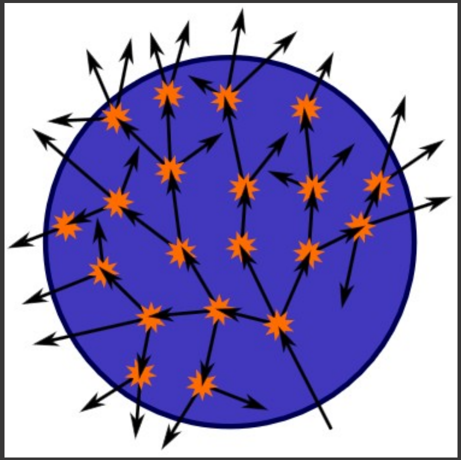
Masa Crítica:

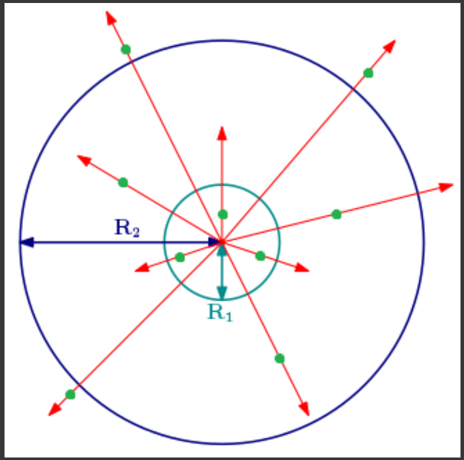
Tomemos como ejemplo un “reactor” que consiste en una esfera desnuda de isótopo como ^{238}U o ^{239}Pu :

- Si la esfera es muy pequeña, la mayoría de los neutrones se escapan



- La fracción de neutrones que se escapan puede reducirse incrementado el radio de la esfera





Masa Crítica:

$$\text{Tasa de Fuga} \sim r^2$$

$$\text{Tasa de Fisión} \sim r^3$$

$$\frac{\text{Tasa de Fuga}}{\text{Tasa de Fisión}} \sim \frac{1}{r}$$

En particular, existe un valor de radio R_c donde —> **nº neutrones producidos = nº de pérdida de neutrones**

R_c –> Radio Crítico

$$M_c = \rho \frac{4}{3} \pi {R_c}^3$$

M_c: masa crítica

Una vez iniciada la reacción en cadena para una esfera de radio R_c , esta continuaría a tasa constante hasta agotar el combustible

El concepto de Masa Crítica es de interés en el desarrollo de armas nucleares...

Ejemplo: masa crítica del ^{239}Pu

Suposiciones:

- Medio estático
- Densidad uniforme –> Σ ctes
- Simetría esférica
- Medio compuesto de una sola especie
- Dispersión entre neutrones descartado
- Decaimiento de neutrones descartado

→ "reactor" tipo esfera desnuda de isótopo ^{239}Pu y radio R

$$D\,\nabla^2\phi(\mathbf{r},t) - \Sigma_{abs}\phi(\mathbf{r},t) + s(\mathbf{r},t) = \frac{1}{v}\frac{\partial\phi(\mathbf{r},t)}{\partial t}$$

$$vn \geqslant 0 \text{ para } r \leqslant R$$

Función distribución de la fuente →

$$s = s(\mathbf{r}) = \langle\nu\rangle vn(\mathbf{r})\mathcal{N}_{239}\sigma_{fis} = \langle\nu\rangle\phi(\mathbf{r})\Sigma_{fis}$$

$\langle\nu\rangle$: Promedio de neutrones que surgen por fisión

Término de absorción →

$$\phi(\mathbf{r})\Sigma_{abs} = vn(\mathbf{r})\mathcal{N}_{239}\sigma_{abs}$$

Ejemplo: masa crítica del ^{239}Pu

Como v=cte → $D\ v\nabla^2 n + [\langle\nu\rangle\Sigma_{fis} - \Sigma_{abs}]\, vn = \frac{\partial n}{\partial t}$

Régimen crítico → Régimen estacionario → $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ → $\nabla^2 n + B^2 n = 0$

$B^2 \equiv \frac{[\langle\nu\rangle\Sigma_{fis} - \Sigma_{abs}]}{D}$

Coordenadas esféricas → $\frac{1}{r}\frac{d^2(rn)}{dr^2} + B^2 n = 0$ → $u(r) = rn(r) \Rightarrow u(r) = \alpha\sin(Br) + \beta\cos(Br)$

1º CF → $vn(r=0) = \text{algo finito}$ → $n(r) = \frac{u(r)}{r} = \alpha\frac{\sin(Br)}{r}$

2º CF → $n(r = R_e) = 0$ ← Condición empírica con la cual decimos que no hay neutrones viniendo del exterior al medio.

$R_e = R + 0{,}71l$

l: camino libre medio de los neutrones en el material

Ejemplo: masa crítica del ^{239}Pu

$D = \frac{l}{3}$ + 2º CF ⟶ $R_c = \frac{\pi}{B} - 2{,}13D$

B_{239} = 39 m^{-1}

D_{239} = 1,14 $x10^{-2}$ m ⟶ $R_c \sim 5{,}63$ cm ⟶ $M_c \sim 14{,}7$ kg

Valores experimentales

$R_c \sim 4{,}95$ cm

$M_c \sim 10$ kg

OBS ⟶ Si $R \neq R_c$, no es posible el régimen estacionario

$$n(r,t) = e^{\mu t} f(r)$$

$\mu > 0 \longleftarrow$ Régimen Supercrítico

$\mu < 0 \longleftarrow$ Régimen Subcrítico

FIN

¿Preguntas?